

**Secretaría de Educación Pública
Autoridad Educativa Federal en la Ciudad de México
Dirección General de Operación de Servicios Educativos
Coordinación Sectorial de Educación Secundaria
Dirección Operativa No. 1
ZONA ESCOLAR 18**

**ESCUELA SECUNDARIA DIURNA N°42
"IGNACIO MANUEL ALTAMIRANO"
TURNO MATUTINO**

**GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO DE REGULARIZACIÓN
CICLO ESCOLAR 2024-2025**

PERIODO: _____

Campo formativo: Saberes y Pensamiento Científico **Disciplina:** Matemáticas II

Grado: 2o **Grupo:** _____

Nombre del alumno (a): _____

Recomendaciones generales: Procura prepararte para tu examen con anticipación, resuelve los ejercicios que se te presentan en esta guía los cuales vienen acompañados de una pequeña explicación, si ésta no es suficiente, auxíliate de tus apuntes y de tu libro de texto. Cuando tengas alguna duda pide ayuda a tu maestro, a algún compañero o bien un familiar que pueda apoyarte para aclararla, como recurso extra te sugiero algunas direcciones electrónicas donde puedes ampliar la información e incluso practicar los contenidos. **Es de suma importancia que entregues esta guía resuelta el día del examen.**

La ley de los signos de la multiplicación, dice que:

$$(+) (+) = + ; \quad (-) (-) = + ; \quad (+) (-) = - ; \quad (-) (+) = -$$

El producto de signos iguales será positivo,
y el producto de signos diferentes, será negativo.

La ley de los signos de la división, dice que:

$$(+) \div (+) = + ; \quad (-) \div (-) = + ; \quad (+) \div (-) = - ; \quad (-) \div (+) = -$$

Si los signos son iguales el cociente será positivo,
y en el caso de los signos diferentes, el cociente será negativo

Observa y analiza los siguientes ejemplos.

$$(+3)(+5) = +15$$

$$(-3)(-4) = +12$$

$$(-3)(+7) = -21$$

$$(+3)(-1) = -3$$

$$(+6) \div (+3) = +2$$

$$(-35) \div (-5) = +7$$

$$(-15) \div (+5) = -3$$

$$(+56) \div (-7) = -8$$

1. Cuál será el signo del producto, si se multiplican:
 - a) Tres factores negativos: _____
 - b) Cinco factores negativos: _____
 - c) Ocho factores negativos: _____
 - d) 320 factores negativos: _____

2. Resuelve las siguientes multiplicaciones y divisiones:

a) $(-9)(-5) =$

e) $(12) \div (-6) =$

b) $(-72) \div (-9) =$

f) $(-13.6)(4.1) =$

c) $(5)(-4) =$

g) $(72) \div (9) =$

d) $(-48) \div (-6) =$

h) $(2)(5)(4) =$

3. Encuentra el número que falta en cada caso.

a) $(-7)(\quad) = 56$

c) $(\quad) \div (-1) = -8.2$

b) $(\quad)(-1) = -13$

d) $(18) \div (\quad) = -9$

LENGUAJE ALGEBRAICO

Algunas de las situaciones comunes se pueden representar algebraicamente, este lenguaje nos permite plantear y resolver los problemas. Algunos ejemplos son:

Un número cualquiera se puede denominar con cualquier letra del alfabeto, por ejemplo:

a = un número cualquiera

m = un número cualquiera

q = un número cualquiera y así sucesivamente.

La suma de dos números cualesquiera: **$x + y$**

La diferencia de dos números cualesquiera: **$a - b$**

La suma de dos números cualesquiera menos otro número: **$r + s - t$**

El producto de dos números cualesquiera: **gh**

El doble de un número cualquiera: **$2a$**

El cociente de dos números cualesquiera (la división de dos números cualesquiera): $\frac{d}{m}$

Indica en lenguaje algebraico cada uno de los siguientes casos:

El área de un cuadrado, siendo que sus lados miden **x** _____

El doble de un número: _____

El doble del precio de un artículo: _____

El precio de un artículo más \$ 100: _____

Una distancia más 100 kilómetros: _____

Una distancia menos 100 kilómetros: _____

Tres veces la distancia: _____

Tres veces la distancia más 100 kilómetros: _____

REDUCCIÓN DE TÉRMINOS ALGEBRAICOS

En una expresión algebraica se llaman **términos semejantes** a todos aquellos términos que tienen **igual la parte literal**, es decir, a aquellos términos que tienen **igual la o las literales e iguales exponentes**. Por ejemplo:

$6a^2b^3$ es término semejante con $-2a^2b^3$ porque ambos términos tienen la misma parte literal (a^2b^3)

$3x^5yz$ es término semejante con $5x^5yz$ porque ambos términos tienen la misma parte literal (x^5yz)

$0.3a^2c$ no es término semejante con $4ac^2$ porque los exponentes de las literales no son iguales.

Reducir términos semejantes significa **sumar o restar los coeficientes numéricos** en una expresión algebraica, que tengan la misma parte literal.

Para desarrollar un ejercicio de este tipo, se suman o restan los coeficientes numéricos y se **conserva la misma parte literal**.

Ejemplos:

$$5x - 7x - 2x + 6x = 11x - 9x = 2x$$

$$xy^3 - 3x^2y + 5xy^3 - 12x^2y + 6 = 6xy^3 - 15x^2y + 6$$

Reduce los siguientes términos semejantes:

$$2a - 7a =$$

$$-7m - 8m =$$

$$8x + 9x =$$

$$-8b - 8b =$$

$$12a - 34a =$$

$$-2m - 7m =$$

$$7x + 6x =$$

$$-4b - 8b =$$

$$9a - 4a =$$

$$-5c - 7c =$$

$$-8z + 8z =$$

$$9ab + 6ab =$$

$$-5xy - 7xy =$$

$$8d - 5d =$$

$$8mn - 6mn =$$

$$67v + 66v =$$

$$-27xyz - 54xyz =$$

$$9a^3b^5 - 6a^3b^5 =$$

ADICIÓN ALGEBRAICA

$$x + x + x + x = 4x$$

$$2x + 3x - x - 8x + 2x = -2x$$

Se suman algebraicamente los coeficientes de los términos semejantes

Cuando se suma de forma horizontal se buscan los términos semejantes y se reducen:

$$2a + 3a - 2b - 4a - 3b = a - 5b$$

$$5mn - 7mn^2 - 8m^2n - 9mn^2 + 3mn + 9m^2n = 8mn - 16mn^2 + m^2n$$

Cuando se trata de una adición de polinomios, puedes colocar los sumandos uno abajo del otro, procurando que los términos semejantes queden en columna.

$$(m^4 + 4m^3n - 5n^2) + (-6m^4 - 2m^3n + 4n^2) + (3m^4 + 3m^3n - 8n^2) =$$

$$\begin{array}{r} m^4 + 4m^3n - 5n^2 \\ -6m^4 - 2m^3n + 4n^2 \\ 3m^4 + 3m^3n - 8n^2 \\ \hline -2m^4 + 5m^3n - 9n^2 \end{array}$$

Y se suman algebraicamente los coeficientes

Resuelve las siguientes adiciones:

a) $(6m^6 + 7n^5) + (8m^6 - 2n^5) + (7m^6 - 4n^5) =$

b) $(2ab + 18c - 32) + (18ab - 13c + 5d - 123) =$

c) $(3x + 2) + (2x + 1) + (3x + 2) + (2x + 1) =$

d) $(18a + 3a - 2b) - (3a + 5a - 3b) =$

e) $(20a - 3b + 3c) - (18a + 12b - 5c) =$

f) $(a^2 - 7ab + 6b^2) + (-2a^2 - 3ab - 7b^2) + (6a^2 + 9ab - 2b^2) =$

g) $(x^2 - 2xy + y^2) + (y^2 - 3xy + x^2) + (-2xy - 3x^2 + y^2) =$

1. Relaciona las dos columnas anotando dentro del paréntesis la letra que corresponda a la respuesta.

() $5x + 4x$

() $3x + 7x - 5x$

() $6x - 8x + 3x$

() $4x^2 + 3x^2 + x^2$

() $2x^2 + 5x^2 - 4x^2$

() $3x + 4x - 9x$

() $6x + 3y - 2x + 2y$

() $8x + 3y + 5x + 7y$

() $4x + 8x - 7y + 5y$

() $9y - 7x + 5y + 6x$

A) $8x^2$

B) $12x - 2y$

C) $4x + 5y$

D) $5x$

E) $-x + 14y$

F) $9x$

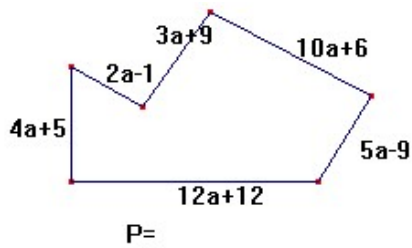
G) $13x + 10y$

H) x

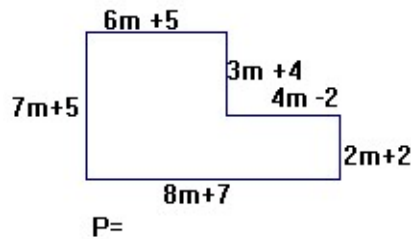
I) $-2x$

J) $3x^2$

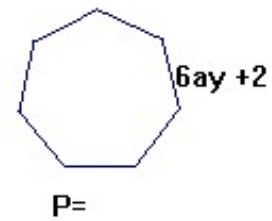
2. Obtén el perímetro de las siguientes figuras



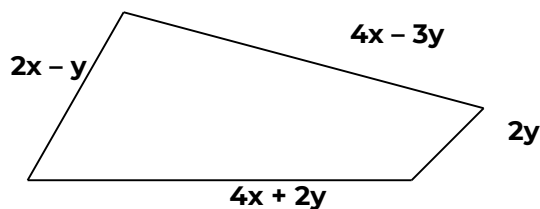
P =



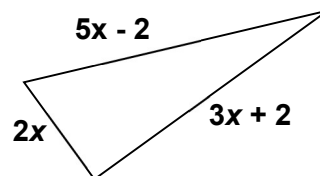
P =



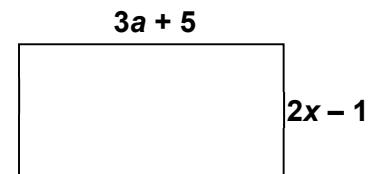
P =



P =



P =



P =

SUSTRACCIÓN ALGEBRAICA

Esta operación se efectúa de igual manera que la adición, pero sumando a los términos del minuendo el inverso aditivo de los términos del sustraendo.

$$\begin{array}{c}
 \text{Inverso aditivo del sustraendo} \\
 \downarrow \\
 6m - (7m) = 6m - 7m = -m \\
 \uparrow \quad \uparrow \\
 \text{Minuendo} \quad \text{Sustraendo}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 (4c^2 - 3d^2 + cd) - (5c^2 - 2d^2 - 2cd) \\
 \uparrow \quad \uparrow \\
 \text{Minuendo} \quad \text{Sustraendo}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4c^2 - 3d^2 + cd \\
 - 5c^2 + 2d^2 + 2cd \\
 \hline
 -c^2 - d^2 + 3cd
 \end{array}$$

Inverso aditivo del sustraendo

$$\begin{array}{c}
 \text{Inverso aditivo del sustraendo} \\
 \downarrow \\
 -3m - (-9m) = -3m + 9m = 6m \\
 \uparrow \quad \uparrow \\
 \text{Minuendo} \quad \text{Sustraendo}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 (-5m^7 - 4n^3q + 7xy^2) - (5m^7 + 7n^3q + 2xy^2) \\
 \uparrow \quad \uparrow \\
 \text{Minuendo} \quad \text{Sustraendo}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 -5m^7 - 4n^3q + 7xy^2 \\
 - 5m^7 - 7n^3q - 2xy^2 \\
 \hline
 -10m^7 - 11n^3q + 5xy^2
 \end{array}$$

Inverso aditivo del sustraendo

1. Relaciona las dos columnas anotando dentro del paréntesis la letra que corresponda a la respuesta.

$$(\quad) \quad 8m - (-5m) =$$

$$(\quad) \quad 2m - (7m) =$$

$$(\quad) \quad (4m + 2n) - (5m + 4n) =$$

$$(\quad) \quad (3m + 2n) - (6m - 4n) =$$

$$(\quad) \quad (2m - 5n) - (-3m + 2n) =$$

$$(\quad) \quad (8m - 3n) - (5m - 4n) =$$

$$(\quad) \quad (2m + 3n) - (3m + 4n) =$$

$$(\quad) \quad (7m - 5n) - (-5m + 5n) =$$

$$(\quad) \quad (4m + 3n) - (2m - 5n) =$$

$$(\quad) \quad (6m + 5n) - (-3m + 8n) =$$

$$A) \quad -5m$$

$$B) \quad 9m - 3n$$

$$C) \quad 13m$$

$$D) \quad 12m - 10n$$

$$E) \quad -m - n$$

$$F) \quad 2m + 8n$$

$$G) \quad 2m$$

$$H) \quad -3m + 6n$$

$$I) \quad -m - 2n$$

$$J) \quad 3m + n$$

$$K) \quad 5m - 7n$$

2. Resuelve las siguientes sustracciones

$$a) \quad (m^2 - 7mn + 6n^2) - (-2m^2 - 3mn - 7n^2) =$$

$$b) \quad (a^2 - 2ab + b^2) - (b^2 - 3ab + a^2) =$$

$$c) \quad (4y^2 - 3z^2 + yz) - (4y^2 - 2z^2 - 2yz) =$$

$$d) \quad (a^2 - 7ab + 6b^2) - (6a^2 + 9ab - 2b^2) =$$

$$e) \quad (x^2 - 2xy + y^2) - (y^2 - 3xy + x^2) =$$

$$f) \quad (4c^2 - 3d^2 + cd) - (4c^2 - 2d^2 - 2cd) =$$

$$g) \quad (7ab + 18c - 32) - (18ab - 8c + 7e - 12) =$$

$$h) \quad (3x + 2m + 2z + 1) - (3x + 2z + 5m + 9) =$$

$$i) \quad (18a + 3a^3 - 2b) - (3a + 5a^3 - 3b) =$$

$$j) \quad (3x + 2y + 5z) - (8x + 2y + 3z) =$$

LEYES DE EXPONENTES

Producto de potencias de igual base:

$$(x)(x^3) = x^{1+3} = x^4$$

Se suman los exponentes de igual base

$$a^2b^5(a^4b^3) = a^{2+4}b^{5+3} = a^6b^8$$

Potencia de potencia

$$(x^3)^6 = x^{3(6)} = x^{18}$$

Se multiplican los exponentes

$$(a^2b^5)^4 = a^{2(4)}b^{5(4)} = a^8b^{20}$$

Cociente de potencias de igual base

$$\frac{x^8}{x^5} = x^{8-5} = x^3$$

Se restan los exponentes de igual base

Todo número diferente de cero elevado al exponente cero es igual a 1

$$3^0 = 1 \quad 456^0 = 1 \quad x^0 = 1 \quad (5x)^0 = 1 \quad (a + b)^0 = 1 \quad \left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$$

Todo número distinto de cero elevado a un exponente negativo, es igual a una fracción cuyo numerador es la unidad, y el denominador ese mismo número elevado a ese mismo exponente, pero positivo:

$$m^{-8} = \frac{1}{m^8} \quad r^{-3} = \frac{1}{r^3} \quad (a + b)^{-6} = \frac{1}{(a + b)^6}$$

Resuelve las siguientes operaciones

$$a^{-8} =$$

$$b^5 b^7 b^3 =$$

$$m^6 m^4 m^2 =$$

$$m^{-5} =$$

$$(5^6)(5^3) =$$

$$x^{-6} y^2 z^{-3} =$$

$$(a^4 b^7 c^3)^2 =$$

$$(-6^{a^4} b^5 c^7)^0 =$$

$$(-x^2 y^3) \div (xy) =$$

$$(xy)(-y^3)(-x^2 y) =$$

$$(5xyz)^0 =$$

$$(x^4 y)(y^2)(-xy^7) =$$

$$(2m^5 n^3 p^7)^3 =$$

$$(a^7)(a^3) =$$

$$(3^2)(3^5) =$$

$$(x^5)^4 =$$

$$(a^4)(a^6)(a) =$$

$$(ab)^7 =$$

$$(c^3 b^5)^{-4} =$$

$$(2^3)(2)(2^3) =$$

$$\left(\frac{ab^6}{a^9 b^3}\right)^0 =$$

$$\frac{x^7}{x^3} =$$

$$\frac{b^7}{b^3} =$$

$$\frac{8x^9}{2x^6} =$$

MULTIPLICACIÓN ALGEBRAICA

Multiplicación de monomios:

Se multiplican primero los signos, después los coeficientes y se suman los exponentes de las literales iguales

Por ejemplo:

$$(-3b)(5ab^2)(b) = -15ab^4$$

Signos $(-)(+)(+) = -$

Coeficientes $(3)(5)(1) = 15$

Literales iguales $(b)(b^2)(b) = b^{1+2+1} = b^4$ (la ley de los exponentes para la multiplicación dice que se suman)

La literal **a** no tiene otra con la que se multiplique por lo que se queda igual, el resultado es **- 15 ab⁴**

Multiplicación de polinomio por monomio

$$(2x^3 - 3bx^2 + b^3x)(-4bx) = -8bx^4 + 12b^2x^3 - 4b^4x^2$$

Se aplica la propiedad distributiva del término $-4bx$

Se multiplica el primer término por el factor común $(2x^3)(-4bx) = -8x^4b$

Se multiplica el segundo término por el factor común $(-3bx^2)(-4bx) = +12x^3b^2$

Se multiplica el tercer término por el factor común $(b^3x)(-4bx) = -4b^4x^2$

Multiplicación de polinomios

Así como al multiplicar un polinomio por un monomio aplicaste la propiedad distributiva también para multiplicar polinomios la aplicas, al multiplicar el multiplicando o primer polinomio por cada uno de los términos del multiplicador, acomodando en columnas los términos semejantes para después reducirlos.

$$(3a^2 - 4b^6 + 5c^4)(7a^2 - 8b^6 - 6c^4) =$$

1o. Multiplicas el primer polinomio 2o. Multiplicas el primer polinomio por $(-8b^6)$ y Por $(7a^2)$

ordenas en columnas los términos semejantes

$$\begin{array}{r} 3a^2 - 4b^6 + 5c^4 \\ 7a^2 - 8b^6 - 6c^4 \\ \hline 21a^4 - 28a^2b^6 + 35a^2c^4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3a^2 - 4b^6 + 5c^4 \\ 7a^2 - 8b^6 - 6c^4 \\ \hline 21a^4 - 28a^2b^6 + 35a^2c^4 \\ - 24a^2b^6 \qquad \qquad + 32b^{12} - 40b^6c^4 \end{array}$$

3o. Multiplicas el primer polinomio por $(-6c^4)$ y ordenas en columnas los términos semejantes y sumas algebraicamente las columnas.

$$\begin{array}{r} 3a^2 - 4b^6 + 5c^4 \\ 7a^2 - 8b^6 - 6c^4 \\ \hline 21a^4 - 28a^2b^6 + 35a^2c^4 \\ - 24a^2b^6 \qquad \qquad + 32b^{12} - 40b^6c^4 \\ \qquad \qquad - 18a^2c^4 \qquad \qquad + 24b^6c^4 - 30c^8 \\ \hline 21a^4 - 52a^2b^6 + 17a^2c^4 + 32b^{12} - 16b^6c^4 - 30c^8 \end{array}$$

Resuelve las siguientes multiplicaciones algebraicas:

$$(-3ab^2)(-2a^2b^4c) =$$

$$(-5mn)(-6a^2b) =$$

$$(4x^3)(2x^4) =$$

$$(-m^2n)(-3m^2)(-5mn^3) =$$

$$(4cx - 5c + 2c^2x^2)(-2cx^3) =$$

$$(-0.75x^4)(-2.1xy^2)(-2xy) =$$

$$(14w - 2qw + 7q^2r^3)(2qwr - 4q^2r^6w^3) =$$

$$(a^2 + b^2 + 2ab)(a + b - 3) =$$

DIVISIÓN ALGEBRAICA

La división de polinomio entre un monomio la puedes encontrar en esta forma:

$$5h^6 \overline{) 10h^6 m - 35h^9 + 95a^2 h^{10}}$$

Para poderla resolver divides cada término del dividendo entre el término del divisor:

$$\begin{array}{r} 2m - 7h^3 + 19a^2 h^4 \\ 5h^6 \overline{) 10h^6 m - 35h^9 + 95a^2 h^{10}} \\ \underline{-10h^6 m} \phantom{+ 95a^2 h^{10}} \\ 0 - 35h^9 + 95a^2 h^{10} \\ \underline{+ 35h^9} \phantom{+ 95a^2 h^{10}} \\ 0 + 95a^2 h^{10} \\ \phantom{+ 95a^2 h^{10}} \underline{- 95a^2 h^{10}} \\ \phantom{+ 95a^2 h^{10}} 0 \end{array}$$

Resuelve las seguites divisiones:

$$5h^6 \overline{) 10h^6 m - 35h^9 + 95a^2 h^{10}}$$

$$-2x^4 \overline{) 8x^5 - 16x^9 + 24x^4}$$

$$13m^5 \overline{) 91m^9 + 117m^6 - 78m^5}$$

$$10x^2 y^7 \overline{) -80x^3 y^7 z^9 + 40x^2 y^{10} - 20x^2 y^7}$$

$$1) (72x^3 - 18x^2 + 36x) \div (18x) =$$

$$4) (4x^3 - 8x^2 + 6x) \div (2x^2 - 5x) =$$

$$2) (12y^3 + 15yz - 18y^5) \div (-3y^2) =$$

$$5) (x^2 - 5x - 6) \div (x - 3) =$$

$$3) (-50r^4s + 10r^2s^2 + 5rs) \div (-5rs) =$$

$$6) (x^2 - 9xy + 20y^2) \div (x - 5y) =$$

JERARQUÍA DE OPERACIONES

La jerarquía de las operaciones es el orden que se debe seguir para resolver una operación y garantizar que el resultado es el correcto, dicho orden es:

- 1° se resuelven potencias y raíces
- 2° se resuelven multiplicaciones y divisiones
- 3° se resuelven adiciones y sustracciones

Los paréntesis se cuentan independientes de la jerarquización, pero si la expresión los contiene se deben resolver primero independientemente de las operaciones indicadas en el (indistintamente del tipo de paréntesis que se usen () redondos, [] corchetes o { } llaves, matemáticamente se les da el mismo uso) y posteriormente se seguirá el orden mencionado anteriormente. Por ejemplo:

$$\begin{aligned}4(3) + 5^2 - \sqrt{36} + 8 \\4(3) + 25 - 6 + 8 \\12 + 25 - 6 + 8 \\45 - 6 = 39\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}14(2) - 40 \div 5 - (2 + 18 - 5) + 3^2 \\ \text{Primero lo del paréntesis} \\14(2) - 40 \div 5 - (15) + 3^2 = \\ \text{Quita paréntesis} \\14(2) - 40 \div 5 - 15 + 3^2 = \\ \text{Se aplica la jerarquía de operaciones} \\14(2) - 40 \div 5 - 15 + 9 \\28 - 8 - 15 + 9 = 14\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5x - [-3y + (2x + y) - 3x] - 5y \\5x - [-3y + 2x + y - 3x] - 5y \\5x + 3y - 2x - y + 3x - 5y \\6x - 3y\end{aligned}$$

Ejercicio

Resuelve las siguientes operaciones:

- a) $20 + 5(38) =$
- b) $240 - 68 \div 4 =$
- c) $250 \div 5(25) =$
- d) $120 + 84 - 3(10) =$
- e) $230 - 4(5^2) + 14 =$
- f) $(3 + 4)5 =$
- g) $(5 - 2)(3 + 4) =$
- h) $2(3 + 4 - 5) =$
- i) $(5 \cdot 4) \div 2 + 4 =$
- k) $3[-(7 \cdot 3)] =$
- l) $[20 - (8 - 3)] - (9 - 4) =$
- m) $[(3 + 4)5] - 5 + (2 \cdot 5) =$
- n) $[(-5)(9)][(-5)(2)] =$

ECUACIONES LINEALES DE LA FORMA $ax + bx + c = dx + ex + f$

Ecuación, igualdad condicionada al valor de una **incógnita**.

Incógnita, es la literal de la expresión que representa una cantidad desconocida, esto nos permite resolver problemas y encontrar un o unos datos desconocidos. Observa el ejemplo y para ampliar tu información consulta la siguiente página electrónica

Ecuaciones de la forma $ax + bx + c = dx + ex + f$

$$3x + x + 8 = 2x + x + 6$$

- 1) Se agrupan los términos semejantes en un miembro de la ecuación y los independientes en el otro

$$\begin{aligned} 3x + x - 2x - x &= +6 - 8 \\ 4x - 3x &= -2 \end{aligned}$$

- 2) Se hace una reducción de términos en ambos miembros

$$x = -2$$

- 3) Se despeja la incógnita para encontrar el valor de x

$$x = -2$$

- 4) Se comprueba el resultado

$$\begin{aligned} 3(-2) + (-2) + 8 &= 2(-2) + (-2) + 6 \\ -6 - 2 + 8 &= -4 - 2 + 6 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Ejercicio:

1) $3x + 4x + 30 = 84 + x + 2x$

4) $8 + 3x - 4x = -x - 3x + 29$

2) $-2y - 4 = -x - 1$

5) $3m = 5m + 6$

3) $5x + 5 = 3x + 27$

6) $200 + 7x = 100 - 2x$

ECUACIONES CON PARÉNTESIS.

$$5(x + 3) + 9 + 3x = 20$$

- 1) Se eliminan los paréntesis realizando las operaciones indicadas en cada caso. (en este caso multiplicando)

$$5x + 15 + 9 + 3x = 20$$

- 2) Se agrupan las incógnitas en un miembro de la ecuación Y en el otro las constantes

$$5x + 3x = 20 - 9 - 15$$

- 3) Se realizan las operaciones indicadas en cada miembro

$$8x = -4$$

- 4) Se despeja la variable, si el resultado es fraccionario se Simplifica al máximo.

$$x = \frac{-4}{8}$$

$$x = -0.5$$

- 5) Se comprueba el resultado

$$5(-0.5) + 15 + 9 + 3(-0.5) = 20$$

$$-2.5 + 24 - 1.5 = 20$$

$$-4 + 24 = 20$$

$$20 = 20$$

Ejercicio:

1) $x + 3(x + 2) = 18$

2) $7(x - 3) = 5(x + 7)$

3) $3 + 5(x - 7) = 3(x + 6)$

4) $x + 4(x + 3) = 28$

5) $12z - (3z - 1) - (2z - 35) = z + 58$

6) $4(b + 1) + 9 = 2(3b - 4) + b$

MÉTODO POR REDUCCIÓN

$$x + 2y = 8 \dots\dots (1)$$

$$x + 5y = 20 \dots\dots (2)$$

Se restan ambas ecuaciones.

$$\begin{array}{r}
 x + 2y = 8 \\
 -x - 5y = -20 \\
 \hline
 -3y = -12 \\
 y = \frac{-12}{-3} \\
 y = 4
 \end{array}$$

Se sustituyen el valor de "y" en cualquiera de las 2 ecuaciones

Lo haremos en la (1)

$$x + 2y = 8 \dots\dots (1)$$

$$x + 2(4) = 8$$

$$x + 8 = 8$$

$$x = 0$$

Respuesta:

$$\mathbf{x = 0}$$

$$\mathbf{y = 4}$$

Ejercicios

Ahora desarrolla y comprueba los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de reducción:

$$\begin{array}{l}
 x - y = 2 \\
 2x + 3y = 19
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 5x + 3y = 13 \\
 x - y = -11
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 2x - 2y = -5 \\
 3x + 4y = -11
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 2x + y = 8 \\
 3x - y = 7
 \end{array}$$

MÉTODO POR IGUALACIÓN

$$3x - 5y = -10 \dots (1)$$

$$4x + y = 25 \dots (2)$$

Se despeja "x" en (1) y en (2)

$$(1) \quad x = \frac{-10 + 5y}{3} \dots (3)$$

$$(2) \quad x = \frac{25 - y}{4} \dots (4)$$

Se igualan (3) y (4) y se sustituye el valor de "y" en la

$$\frac{-10 + 5y}{3} = \frac{25 - y}{4}$$

Se resuelve la ecuación

$$-40 + 20y = 75 - 3y$$

$$20y + 3y = 75 + 40$$

$$23y = 115$$

$$\frac{23y}{23} = \frac{115}{23}$$

$$y = 5$$

En ecuación (2) se sustituye el valor obtenido de "y"

$$4x + y = 25$$

$$4x + 5 = 25$$

$$4x = 20$$

$$x = \frac{20}{4}$$

$$x = 5$$

**Respuesta: $x = 5$
 $y = 5$**

Ejercicio

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones simultáneas.

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 24 \\ 4x + y &= 22 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + 3y &= 8 \\ x - y &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x - 4y &= 41 \\ 11x + 6y &= 47 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6x + 2y &= 18 \\ 3x + y &= 9 \end{aligned}$$

SUCESIONES NUMÉRICAS.

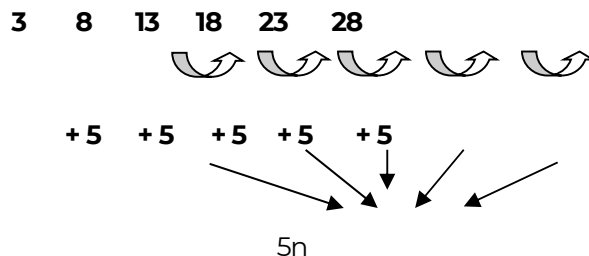
El conjunto de varios números ordenados con base en una determinada regla constituye una sucesión numérica.

Por ejemplo: múltiplos de 3 menores de 30

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27

Para descubrir la generalización, fórmula o patrón de una sucesión se tienen que calcular las diferencias que hay entre las cantidades, este se escribirá como el factor constante de la expresión:

Por ejemplo: 3, 8, 13, 18, 23, 28, _____, _____



a) El incremento de posición a posición en este caso es 5 como se observa

b) Se integra el incremento como factor con "n" recuerda que "n" es la posición

Posteriormente se multiplica el factor encontrado por uno que es la primera posición y se revisa si falta o sobra para obtener el primer número de la sucesión.

c) Posición uno

Si "n" es 1 entonces $5(1) = 5$

d) Como en la primera posición hay 3 sobran 2

entonces el patrón será $5n - 2$

e) Si se va a calcular otra posición que no esté en

Si el número que ocupa la posición "n" es 25

la secuencia se sustituye en el patrón dicho valor.

entonces:

$$5(25) - 2 = 125 - 2 = 123$$

El número que ocupa la posición 25 en la sucesión es 123

Ejercicio

Encuentra la generalización de cada una de las siguientes sucesiones.

- | Sucesión | Generalización |
|--|----------------|
| 1) - 6, - 9, - 12, - 15, - 18, ... | |
| 2) 4, 2, 0, - 2, - 4, - 6, ... | |
| 3) 36, 31, 26, 21, 16, 11, ... | |
| 4) - 7, - 1, 5, 11, 17, 23, 29, ... | |
| 5) - 13, - 19, - 25, - 31, - 37, - 43, - 49, ... | |
| 6) - 3.5, - 7.5, - 11.5, - 15.5, - 19.5, - 23.5, - 27.5, ... | |
| 7) - 1, - 2, - 3, - 4, - 5, - 6, ... | |
| 8) 20, 18, 16, 14, 12, 10, ... | |

Generalización

Encuentra los 8 primeros términos de la sucesión de cada una de las siguientes generalizaciones:

- 1) $4n - 7$
- 2) $n - 13$
- 3) $2n - 2$
- 4) $-3n + 15$
- 5) $2n - 7$
- 6) $-5n + 1$
- 7) $3n - 6$
- 8) $12n - 4$

PROPORCIONALIDAD

Una proporción tiene cuatro términos. Siempre que se conocen tres de los cuatro términos de la proporción, se puede encontrar el valor del término desconocido.

Debemos, en primer lugar, diferenciar entre repartir en partes iguales y repartir en partes proporcionales; por ejemplo, si tengo 50 libros y dos grupos de estudiantes, puedo dar a cada grupo 25 libros; en este caso he repartido en partes iguales.

Pero si conozco que el primer grupo está formado por 15 estudiantes y el segundo grupo por 10 estudiantes y decido que al primer grupo le doy más libros porque hay más alumnos y al segundo grupo le doy menos libros porque son menos alumnos; en este caso he repartido en partes proporcionales.

Para hacer repartos proporcionales debo hacer repartos exactos. No se trata de repartir al azar, por ejemplo, si al grupo de 15 alumnos le doy 36 libros y al grupo de 10 alumnos le doy 14 libros, el reparto no es proporcional. En cambio, si al grupo de 15 alumnos le doy 30 libros y al segundo grupo le doy 20 libros, el reparto es proporcionalmente directo. Observemos como se realizan los repartos proporcionales:

El total de estudiantes que hay es 25 y el total de libros es 50. Con estos dos valores planteamos la primera razón

El primer grupo tiene 15 estudiantes y se necesita conocer el número de libros que le corresponde, Con estos dos valores planteamos la segunda razón.

$$\text{Primera razón } \frac{25}{50}$$

$$\text{Segunda razón } \frac{15}{x}$$

Con estas dos razones planteamos la proporción y resolvemos.

$$\begin{aligned} \frac{25}{50} &= \frac{15}{x} \\ x &= \frac{(50)(15)}{25} = 30 \end{aligned}$$

Acabamos de averiguar que al grupo de 15 alumnos le corresponde 30 libros. La diferencia entre 50 y 30 es 20, por tanto, al grupo de 10 alumnos le corresponde 20 libros.

Calcula el término desconocido de las siguientes proporciones:

$$\frac{4}{10} = \frac{x}{60}$$

$$\frac{9}{12} = \frac{12}{x}$$

$$\frac{8}{32} = \frac{2}{x}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{24}{8}$$

$$\frac{3}{9} = \frac{x}{12}$$

x = _____ x = _____ x = _____ x = _____ x = _____

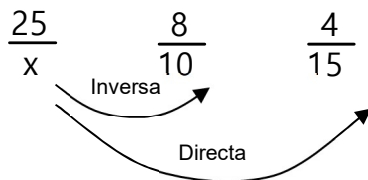
PROPORCIONALIDAD MÚLTIPLE

Es una serie de tres o más razones iguales, a estas se le llama proporcionalidad múltiple.

Ejemplo:

Si 25 obreros, trabajan durante 8 horas, pintan 4 km de carretera, ¿cuántos obreros, trabajando 10 horas, se necesitarían para pintar 15 km?

Obreros Horas Kilómetros



$$\frac{25}{x} = \frac{10}{8} \times \frac{4}{15}$$

$$\frac{25}{x} = \frac{40}{120}$$

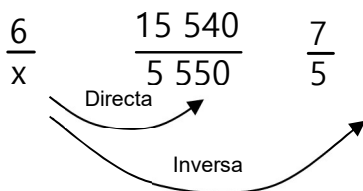
$$\frac{25 \times 120}{40} = \frac{3\,000}{40} = 75$$

Se necesitan 75 obreros para pintar

Ejercicio

- Una familia de 6 personas ha pagado por 7 días de vacaciones \$ 15 540. Si una familia ha estado de vacaciones 5 días y pagado \$ 5 550. ¿Cuántas personas tiene la familia?

Personas Dinero Días



$$\frac{6}{x} = \frac{15\,540}{5\,550} \times \frac{7}{5}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{77\,700}{5\,550}$$

$$\frac{6 \times 5\,550}{77\,700} = \frac{6\,233\,100}{x} = \frac{6\,233\,100}{x}$$

La familia consta de personas

2. Si para transportar 1 480 toneladas de tierra hacen falta 4 camiones durante 10 días. Si tenemos que transportar 2 368 toneladas de tierra, durante 8 días. ¿Cuántos camiones necesitamos?

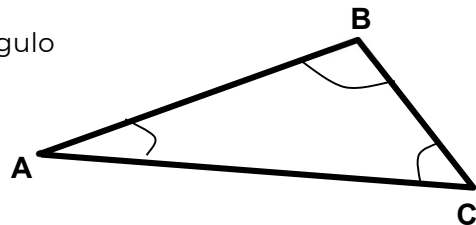
Camiones Días Toneladas

$$\frac{4}{x} = \frac{10}{8} = \frac{1\,480}{2\,368}$$

SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERIORES DE UN POLÍGONO

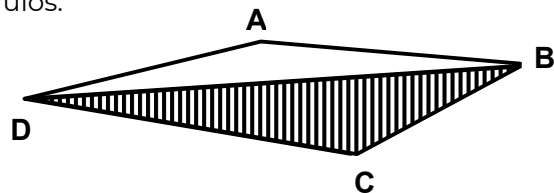
Como sabes, la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$



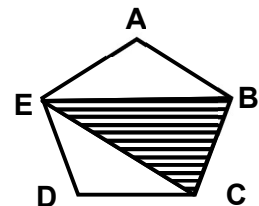
Un cuadrilátero, puede descomponerse en dos triángulos. La suma de sus ángulos interiores es

$$180^\circ (2) = 360^\circ$$



De forma similar un pentágono se descompone en tres triángulos. La suma de sus ángulos interiores es

$$180^\circ (3) = 540^\circ.$$

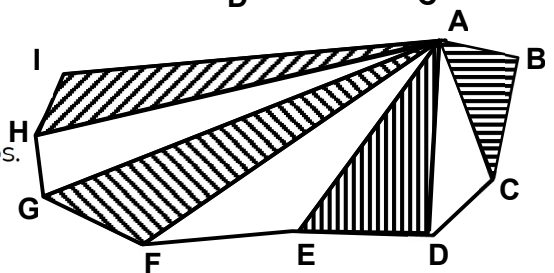


El polígono tiene 9 lados

$$180^\circ (7) = 1\,260^\circ$$

Un polígono de n lados puede triangularse, $(n - 2)$ triángulos. Por tanto:

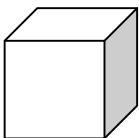
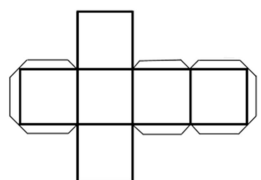
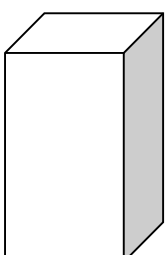
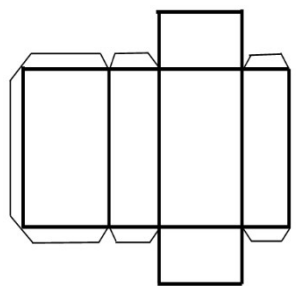
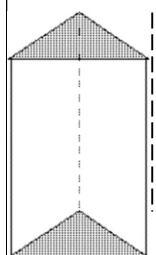
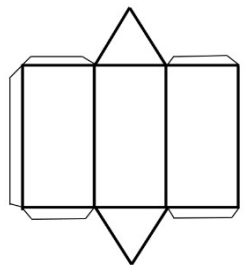
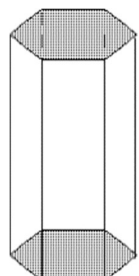
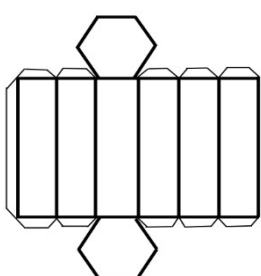
La suma ángulos interiores = $180^\circ (n - 2)$
Donde n es el número de lados

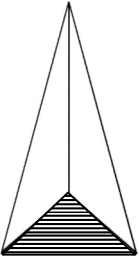
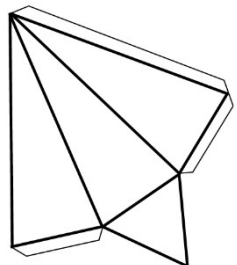
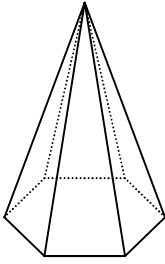
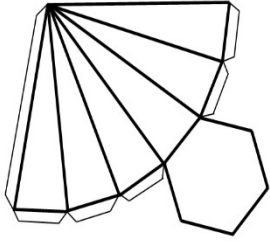
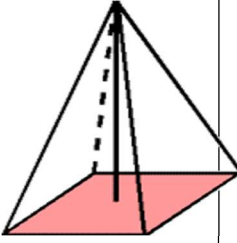
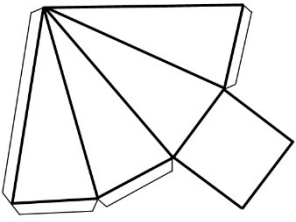


Ejercicio

Contesta las siguientes preguntas sobre los ángulos internos de distintos polígonos convexos

Polígono	Figura	Número de lados del polígono	Número de triángulos en los que quedó dividido	Suma de los ángulos internos del polígono
Triángulo		3	1	180°
Cuadrilátero		4		
Pentágono		5		
Hexágono		6		
Heptágono		7	5	900°
Octágono		8		
Eneágono		9		
Decágono		10		
Endecágono		11		
Dodecágono		12		
Icoságono		20		

Cuerpo	Nombre	Aristas	Vértices	Fórmula del volumen	Desarrollo plano
	Cubo	12	8	$V = \ell^3$ Lado = ℓ	
	Prisma rectangular	12	8	$V = b \cdot a \cdot h$ b = Largo de la base a = Ancho de la base h = altura del prisma	
	Prisma triangular	9	6	$V = \frac{bh}{2} (a)$ b = base h = altura de la base a = altura del prisma	
	Prisma hexagonal	18	12	$V = \frac{P \cdot ap}{2} (a)$ P = perímetro ap = apotema a = altura	

Generalizando el volumen de los prismas es: Superficie de la base por altura					
	Pirámide triangular	6	4	$V = \frac{\text{área de la base} \times h}{3}$ $\text{Área de la base} = \frac{bh}{2}$ h = altura de la pirámide	
	Pirámide hexagonal	12	7	$V = \frac{\text{área de la base} \times h}{3}$ $\text{Área de la base} = \frac{P \bullet ap}{2}$ h = altura de la pirámide	
	Pirámide cuadrangular	8	5	$V = \frac{\text{área de la base} \times h}{3}$ $\text{Área de la base} = \ell^2$ h = altura de la pirámide	
Generalizando el volumen de las pirámides es: Superficie de la base por altura entre tres					

Completa la tabla siguiente.

Cuerpo	Datos de la base		Altura del cuerpo (cm)	Volumen (cm ³)
	Largo (cm)	Ancho (cm)		
Prisma cuadrangular	9		10	
Prisma cuadrangular	4			240
Prisma rectangular	8	2	5	
Prisma rectangular		2	20	180
Pirámide rectangular	5	3		180
Pirámide cuadrangular	5		10	
Cuerpo	Datos de la base		Altura del cuerpo (cm)	Volumen (cm ³)
	Lado (cm)	Apotema (cm)		
Prisma pentagonal	5	3	12	
Pirámide hexagonal	6	4		360
Prisma octagonal	6		20	240
Cuerpo	Datos de la base		Altura del cuerpo (cm)	Volumen (cm ³)
	Base (cm)	Altura (cm)		
Prisma triangular		4	12	168
Pirámide triangular	5	9	10	
Pirámide triangular	4	6		40

GRÁFICAS DE LA FORMA $y = mx + b$

En la vida diaria se usan magnitudes que están una en función de otra. Las funciones pueden representarse mediante un texto, una tabla de valores, una expresión algebraica o una gráfica.

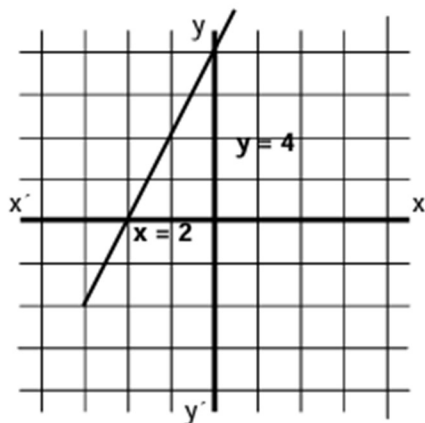
La función $y = mx + b$ es una función lineal donde m es la pendiente, b es el punto donde la recta corta al eje de las ordenadas.

En la función la variable independiente es x y a ella se le asignan diferentes valores.

y es la variable dependiente porque su valor está en función de x .

Algunas veces al leer la información representada en las gráficas sólo se presenta la gráfica y no la función, para obtenerla es necesario calcular la pendiente y después localizar el punto b en donde la recta corta el eje de las ordenadas. Con estos datos se puede formar la función.

Ejemplo:



1) Dada la gráfica se calcula la pendiente m

$$m = \frac{y}{x} \qquad m = \frac{4}{2} \qquad m = 2$$

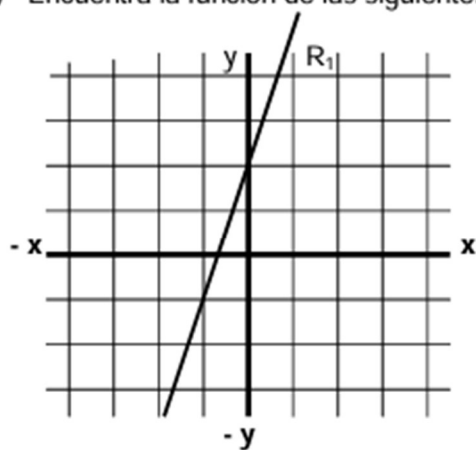
2) El punto b es donde la recta corta el eje de las ordenadas, $b = 4$

3) Tomando la forma de la función $y = mx + b$

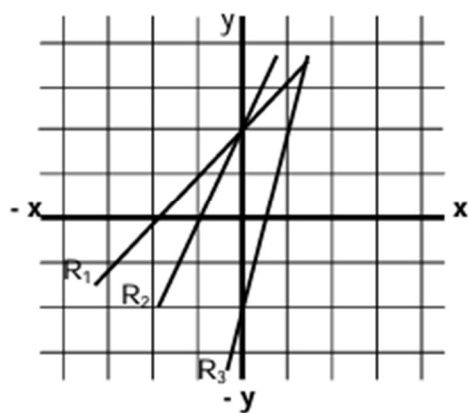
4) Se sustituye los dos valores encontrados:
 $y = 2x + 4$ que es la función

Ejercicios:

1) Encuentra la función de las siguientes gráficas:



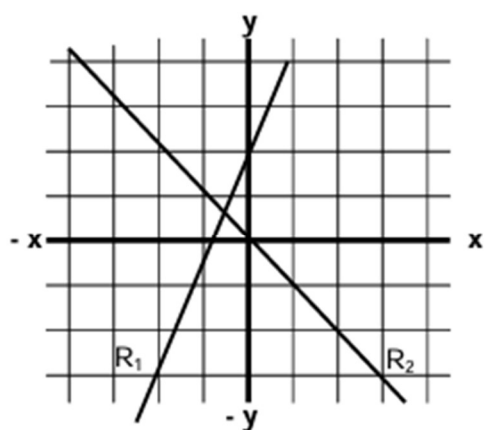
$y =$



$y =$

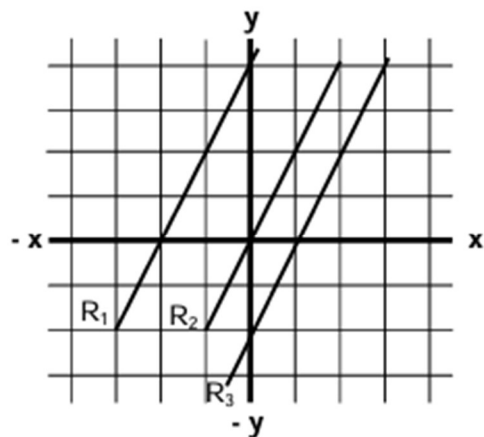
$y =$

$y =$



$y =$

$y =$

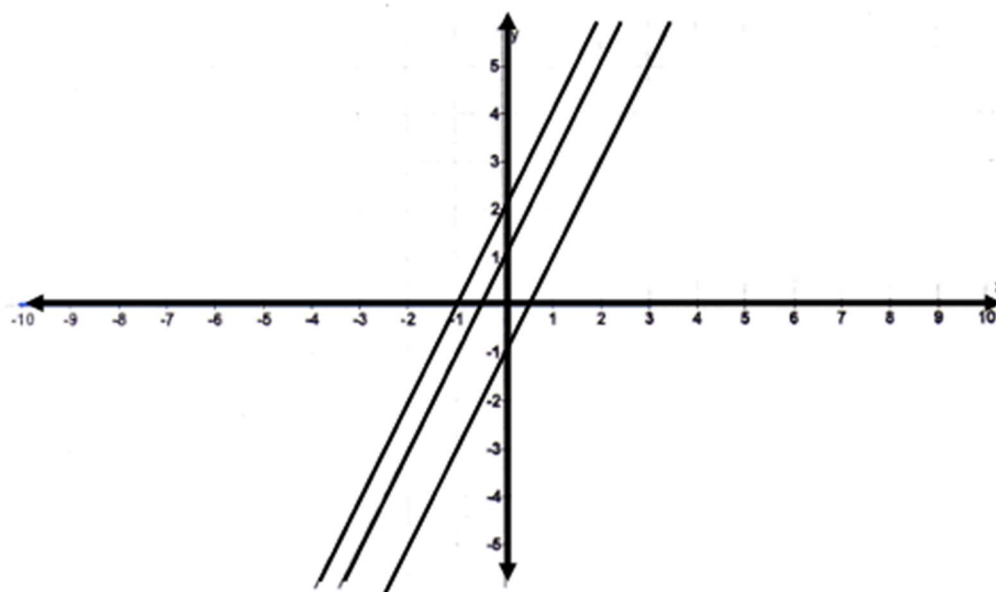


$y =$

$y =$

$y =$

3) En la siguiente gráfica, elige la opción que corresponda a la familia de rectas representada.



a) $y = -x + 2$

$y = -\frac{1}{2}x + 2$

$y = \frac{1}{2}x + 2$

b) $y = 2x + 2$

$y = x + 2$

$y = -x + 2$

c) $y = 2x + 1$

$y = 2x + 2$

$y = 2x - 1$

d) $y = 2x - 1$

$y = 2x - \frac{1}{2}$

$y = 2x + \frac{1}{2}$

4) Relaciona las gráficas siguientes con sus respectivas ecuaciones:

a) $y = 3x - 4$

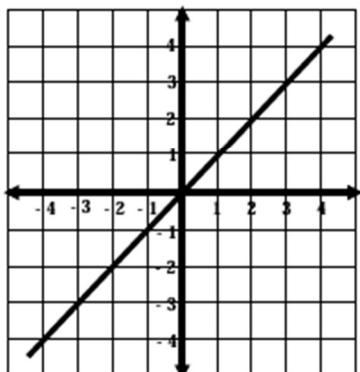
b) $y = 2x$

c) $y = x$

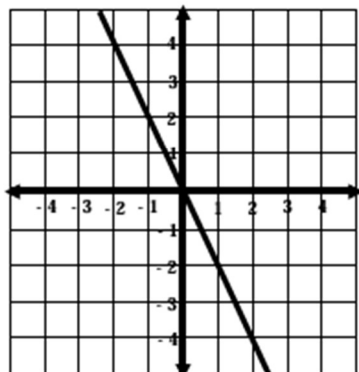
d) $y = -3x - 4$

e) $y = -2x$

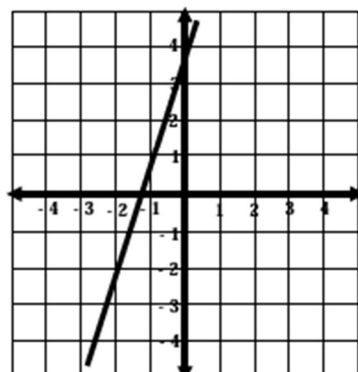
f) $y = 3x + 4$



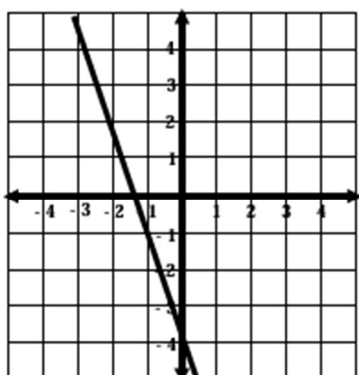
()



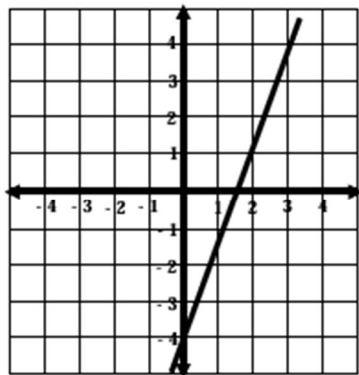
()



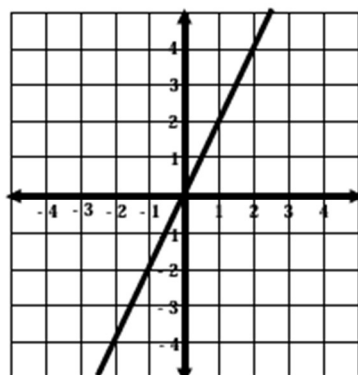
()



()



()



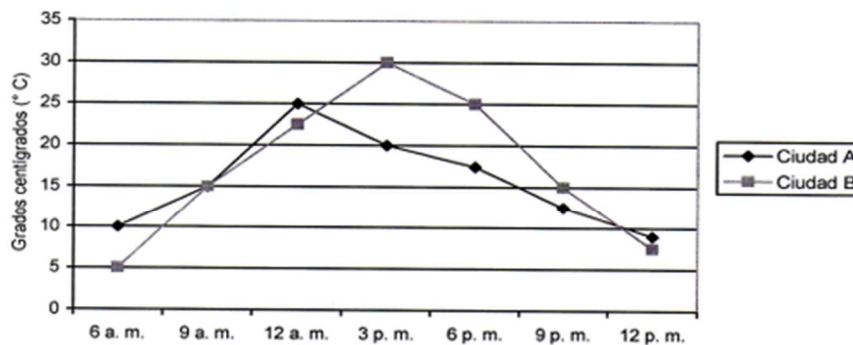
()

INTERPRETACIÓN DE GRÁFICAS

En los medios la información aparece de distintas formas, una de ellas es la gráfica, que permite identificar de manera rápida y sencilla los datos. Para ello debes tomar en cuenta que los datos se distribuyen en el eje de las abscisas los datos constantes y en el eje de las ordenadas los datos variables, para interpretar los datos contenidos en una tabla debes tomar en cuenta el valor en la abscisa y posteriormente el de la ordenada.

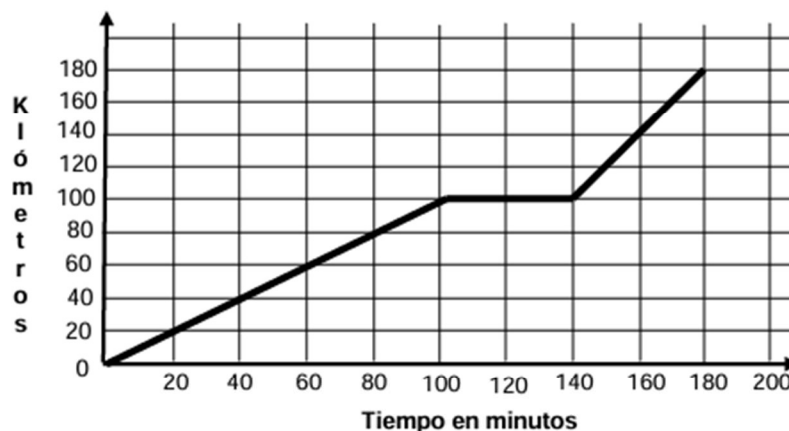
Ejercicio

- 1) La siguiente gráfica registra las temperaturas de un día en dos ciudades diferentes, denominadas A y B, analízalas y responde a lo que se indica.



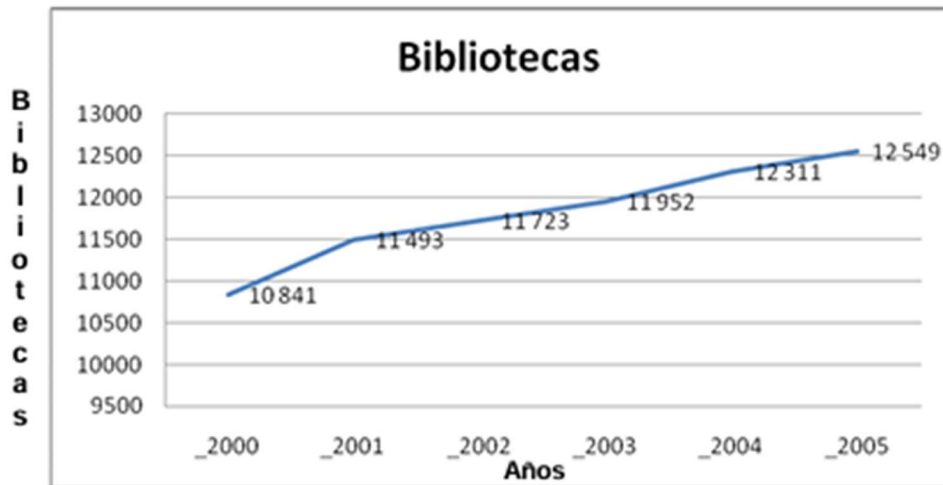
- ¿En qué ciudad se registro la mayor temperatura del día?, ¿De cuántos grados fue?
 - ¿Cuál fue la temperatura más baja del día en la ciudad A?
 - ¿En qué ciudad hacia más calor a las 9 a.m.
- 2) Los alumnos de segundo A fueron de paseo a las Lagunas de Zempoala y el recorrido que hicieron en el autobús se puede representar en la siguiente gráfica.

Paseo a Zempoala



- ¿Cuánto tiempo tardaron en llegar? _____
- ¿Cuántos kilómetros recorrieron? _____
- Antes de llegar pararon a desayunar, ¿cuánto tiempo se tardaron? _____
- Después del desayuno ¿qué distancia les faltaba por recorrer? _____
- ¿Cómo identificas en la gráfica el tiempo que utilizaron para desayunar? _____

3) Analiza la información de las siguientes gráficas:



Responde las siguientes preguntas:

- ¿En qué año se incrementó más el número de bibliotecas? _____
- ¿En qué año el incremento de libros fue menor? _____
- ¿Cuál fue el promedio de libros por biblioteca en el año 2000? _____
- ¿En qué año el incremento de bibliotecas fue menor? _____
- ¿Cuántas bibliotecas se abrieron en el periodo 2000 – 2005? _____
- ¿Cuál es el promedio de libros en las bibliotecas en el periodo 2000 – 2005? _____

TÉCNICAS DE CONTEO

DIAGRAMA DE ÁRBOL

Un diagrama de árbol es una representación gráfica que muestra los resultados posibles de una serie de experimentos y sus respectivas probabilidades.

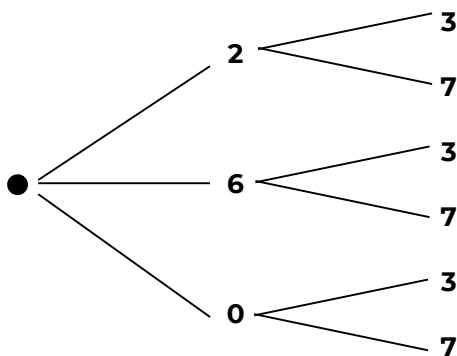
Construcción del diagrama de árbol

Sean: $A = \{2, 6, 0\}$ y $B = \{3, 7\}$

- 1) Fijar un punto inicial (Un punto situado a la izquierda, representa la raíz del árbol);
- 2) Abrir a partir del mismo, tantas ramas como elementos tenga el conjunto A;
- 3) Abrir a partir de cada una de estas, tantas ramas como elementos tenga el conjunto B;
- 4) Leer el conjunto ordenado resultante sobre cada secuencia de ramas.

Ejemplo:

En cuántas maneras se pueden combinar los números mencionados arriba



De 6 maneras se pueden combinar

ARREGLO RECTANGULAR

Es una tabla simple donde se ponen todos los posibles resultados. En el encabezado de las columnas se ponen los valores de una variable y en el de los renglones se colocan los valores de la otra variable, en el resto la combinación de las columnas y renglones.

Ejemplo

	3	7
2	(2, 3)	(2, 7)
6	(6, 3)	(6, 7)
0	(0, 3)	(0, 7)

TÉCNICA DE LA MULTIPLICACIÓN

La técnica de la multiplicación: Si hay “**m**” formas de hacer una cosa y hay “**n**” formas de hacer otra cosa, hay $(m) (n)$ formas de hacer ambas cosas.

Ejemplo:

Un vendedor de autos quiere presentar a sus clientes todas las diferentes opciones con que cuenta:

auto convertible, auto de 2 puertas y auto de 4 puertas, cualquiera de ellos con rines deportivos o estándar. ¿Cuántos diferentes arreglos de autos y rines pueden ofrecer el vendedor?

m es el número de modelos = 3

n es el número de tipos de rin = 2

Número total de arreglos: 3×2

Hay 6 opciones

Ejercicio

Contesta lo que se te pide

1. Con las letras de la palabra **libro**, ¿cuántas ordenaciones distintas se pueden hacer que empiecen por vocal?
De cuántas maneras se pueden combinar los siguientes platillos y construye un diagrama de árbol y un arreglo rectangular
Sopa: lentejas, arroz y fideo; Guisado: carne, pollo y pescado; Postre: gelatina, flan y pastel
2. Toño tiene 4 chamarras y 3 pantalones. ¿De cuántas maneras puede combinar su vestuario?
3. Construye un diagrama de árbol y un arreglo rectangular sobre el siguiente problema.
Lupita va a la nevería a comprar un helado de tres sabores diferentes. ¿De cuántas formas diferentes puede combinar los 3 sabores?
4. Un lugar turístico tiene 6 ríos. Si en cada río navegan 4 lanchas y en cada lancha viajan 10 pasajeros, ¿cuál es el total de pasajeros que transportan en su primer viaje?
5. De cuántas maneras se pueden combinar los números 1, 2, y 3 con las letras A, B, C

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

MODA

La **moda** es el valor que cuenta con una mayor frecuencia en una distribución de datos

Se representa con **M_o**

Si en un grupo hay dos o varias puntuaciones con la misma frecuencia se dice que la distribución es bimodal o multimodal es decir tiene varias modas.

Ejemplos

2, 3, 3, **4, 4, 4**, 5, 5

M_o = 4

1, 1, 1, 4, 4, 5, 5, 5, 7, 8, 9, 9, 9

M_o = 1, 5, 9

MEDIANA

La **mediana** es el valor que ocupa el lugar central de todos los datos cuando están ordenados de menor a mayor.

Se representa con **M_e**

Ejemplos

4, 4, **6**, 7, 9 **M_e = 6**

2, 3, 3, **4, 4**, 4, 5, 5 **M_e = 4**

1, 1, 1, 4, 4, 5, **5, 6**, 7, 8, 9, 9, 9, 10 **M_e = $\frac{5+6}{2} = 5.5$**

MEDIA

La **media** es el valor obtenido de sumar todos los datos y dividir el resultado entre el número de datos.

Es conocida también como promedio o media aritmética.

Se representa con **$\bar{x}$**

Ejemplos

2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5

$$2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 4 + 5 + 5 = \frac{30}{8} = 3.75$$

$\bar{x} = 3.75$

1, 1, 1, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 9, 9, 9, 10

$$1 + 1 + 1 + 4 + 4 + 5 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 9 + 9 + 10 = \frac{79}{14} = 5.64$$

$\bar{x} = 5.64$

Ejercicio

En cada caso obtén la moda, mediana y media

1, 1, 3, 3, 4, 4, 6, 6, 8, 8

$M_o =$

$M_e =$

$\overline{x} =$

8, 9, 9, 9, 10, 10, 10, 12, 13, 14, 15, 15, 15, 17, 17, 18

$M_o =$

$M_e =$

$\overline{x} =$

5, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 9, 9, 9, 10, 10, 108

$M_o =$

$M_e =$

$\overline{x} =$
